

1.

¿Qué es la transposición didáctica?

1.1. *Todo proyecto social de enseñanza y de aprendizaje se constituye dialécticamente con la identificación y la designación de contenidos de saberes como contenidos a enseñar.*

1.2. Los contenidos de saberes designados como aquellos *a enseñar* (explícitamente: en los *programas*; implícitamente: por la tradición, evolutiva, de la interpretación de los programas), en general *preexisten* al movimiento que los designa como tales. Sin embargo, algunas veces (y por lo menos más a menudo de lo que se podría creer) son verdaderas *creaciones didácticas*, suscitadas por las “necesidades de la enseñanza”. (Así ocurrió, por ejemplo, en la enseñanza secundaria francesa, con el “gran coseno” y el “gran seno”).

1.3. Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los *objetos de enseñanza*. El “trabajo” que transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado la *transposición didáctica*.

1.4. La transformación de un contenido de saber preciso en una versión didáctica de ese objeto de saber puede denominarse más apropiadamente “transposición didáctica *stricto sensu*”. Pero el estudio científico del proceso de transposición didáctica (que es una dimensión fundamental de la *didáctica de las matemáticas*) supone tener en cuenta la transposición didáctica *sensu lato*, representada por el esquema

—→ objeto de saber —→ objeto a enseñar —→ objeto de enseñanza

en el que el primer eslabón marca el paso de lo implícito a lo explícito, de la práctica a la teoría, de lo *preconstruido* a lo *construido*.

1.5. Veamos un ejemplo que realiza el movimiento representado por el esquema de la transposición didáctica:

—la noción de *distancia* (entre dos puntos) se utiliza espontáneamente “desde siempre”;

—el *concepto matemático* de distancia es introducido en 1906 por Maurice Fréchet (objeto de saber matemático);

—en el primer ciclo de la enseñanza secundaria francesa, la noción matemática de distancia, surgida de la definición de Fréchet aparece en 1971 en el programa de la clase de cuarto curso (objeto a enseñar);

—su tratamiento didáctico varía con los años a partir de su designación como objeto a enseñar: continúa el “trabajo” de transposición.

2.

¿Existe la transposición didáctica? O la vigilancia epistemológica

2.1. ¿Existe la transposición didáctica? ¿El objeto de enseñanza es *verdaderamente* diferente del objeto de saber al que le responde?

2.2. Podemos considerar la existencia de una transposición didáctica, como proceso de conjunto, como situaciones de *creaciones didácticas de objetos* (de saber y de enseñanza a la vez) que se hacen “necesarias” por las *exigencias* del funcionamiento didáctico.

2.3. Entre los muchos ejemplos de ese tipo de creaciones mencionemos el “gran coseno” (Cos) y el “gran seno” (Sen), los números complejos como matrices cuadradas de orden 2, en el segundo ciclo de la enseñanza secundaria; la noción de operador-máquina, en la enseñanza primaria. (Aunque sólo se consideren estos ejemplos, se observa que tales creaciones *ad hoc* del sistema de enseñanza pueden correr muy diversa suerte.)

2.4. Delimitando el saber enseñado según conjuntos más vastos, podemos comprender casi como una caricatura el efecto de la transposición didáctica, en las situaciones en las que se produce una verdadera *sustitución didáctica de objeto*. Sobre ese tema, Michel Verret escribe lo siguiente:

“Cuanto más distante es la forma escolar del contenido cuya enseñanza procura, más probable es esta conversión de objeto. La historia nos proporciona al menos dos grandes ejemplos de ello: la transformación de la literatura y de la magia adivinatoria en sus figuras escolares en la escuela confuciana, la transformación de la metafísica cristiana en filosofía escolar en la Universidad Escolástica, transposiciones de las que encontramos un equivalente en la enseñanza secundaria francesa en el siglo XVII, con la sustitución de la enseñanza del latín escolar por la enseñanza del latín clásico; en el siglo XIX, con la sustitución de la enseñanza del espiritualismo universitario por la enseñanza de la filosofía a secas.” (Verret, 1975, pp. 177-178).

2.5. En lo que respecta a la enseñanza de las matemáticas, tenemos (en el siglo XVII) el testimonio —sin duda algo singular— del propio Descartes: sobre ese tema, puede consultarse, por ejemplo, a Mesnard (1966) (especialmente pp. 6-7 y 89-91).

2.6. En el período contemporáneo, evidentemente hay que mencionar *la reforma de las matemáticas modernas*, que se proyecta a partir de los años cincuenta y va a realizar, en el curso de los años setenta, una sustitución de objeto de una amplitud quizás nunca igualada. Sobre esta cuestión, es posible remitirse, por ejemplo, a los análisis de Chevallard 1980b.

2.7. Esa sustitución didáctica ha provocado un gran número de creaciones didácticas de objetos. Así, en el paso de

la teoría de conjuntos de los matemáticos a la teoría de conjuntos de la escuela primaria, surgieron diversos objetos por las exigencias de la transposición didáctica: los “*diagramas de Venn*” constituyen en este sentido un ejemplo sorprendente, sobre el que puede leerse una apreciación desarrollada en Freudenthal (1993) pp. 332-335 y 341-350.

2.8. En lo que precede, la existencia de la transposición didáctica es explicada a través de algunos de sus efectos más espectaculares (creaciones de objetos) o por medio de sus inadecuadas *disfunciones* (sustituciones “patológicas” de objetos).

2.9. Pero existe otra manera de plantear el problema de la existencia de la transposición didáctica: una manera de plantear ese problema que participa del *principio de vigilancia epistemológica*, que el didacta debe observar constantemente.

2.10. Así, cuando el *docente* diga: “Hoy, les he mostrado $a^2 - b^2$ ”, el *didacta* se preguntará: “¿Cuál es este objeto de enseñanza que el docente rotula como “ $a^2 - b^2$ ”? ¿Qué relación entabla con el objeto matemático al que implícitamente refiere?” Allí donde el enseñante ve la identidad del fin (el objeto designado como enseñable) y de los medios (el objeto de la enseñanza, tal como lo ha moldeado la transposición didáctica), el didacta plantea la cuestión de la *adecuación*: ¿no hay acaso conversión de objeto? Y en ese caso, ¿cuál?

2.11. La duda sistemática al respecto (“¿Se trata efectivamente del objeto cuya enseñanza se proyectaba?”) es la señal y la condición de la *ruptura epistemológica* que permite al didacta deshacerse de las evidencias y de la transparencia del universo de enseñanza que él vive en tanto que enseñan-

te (o al menos, en tanto el alumno que ha sido). Puesta en cuestión sistemática que lo arranca de la *ilusión de la transparencia*.

2.12. Descubrimos entonces que, del objeto de saber al objeto de enseñanza, la distancia es, con mucha frecuencia, inmensa. A propósito de la noción de *ecuación paramétrica*, véase por ejemplo Schneider (1979); y para " $a^2 - b^2$ ", véase Tonnelle (1979).

5.

Saberes escolarizables y preparación didáctica

5.1. Las distinciones introducidas previamente: nociones matemáticas/nociones paramatemáticas, nociones paramatemáticas/nociones protomatemáticas, que esbozan un *análisis epistemológico* del *régimen didáctico* del saber (en lo que respecta a la enseñanza de las matemáticas), revelan que hay saberes (en sentido amplio: saberes y procedimientos*) que son *aprendidos* sin ser nunca específicamente *enseñados* (si se define el acto de enseñanza como comprensión reflexiva de sus fines y la explicitación de su *intención* didáctica).

5.2. Ocurre que hay saberes enseñables (y enseñados) y saberes no enseñables, o al menos, no escolarizables.

Según Michel Verret (op. cit. pp.146-147),

“una transmisión escolar burocrática supone, en cuanto al saber

1º – la división de la práctica teórica en campos de saber delimitados que den lugar a prácticas de aprendizaje especializadas, es decir, la desincretización del saber.

* N. del T. *Savoir-faire* en el original.

2º – en cada una de esas prácticas, la separación del saber y de la persona, es decir, la despersonalización del saber.

3º – la programación de los aprendizajes y de los controles, según las secuencias razonadas que permitan una adquisición progresiva de los conocimientos expertos, es decir, la programabilidad de la adquisición del saber.

En cuanto a la transmisión, supone:

1º – la definición explícita, en comprensión y extensión, del saber a transmitir, es decir, la publicidad del saber.

2º – el control regulado de los aprendizajes según procedimientos de verificación que autoricen la certificación de los conocimientos expertos, es decir, el control social de los aprendizajes”. (Verret, 1975, pp.146-147).

5.3. Esos requisitos muy generales definen al mismo tiempo, por exclusión, los *saberes no escolarizables*. Siempre siguiendo a Verret,

“esas condiciones, al mismo tiempo que definen el campo de transmisibilidad escolar, definen su campo de intransmisibilidad:

–serán socialmente no escolarizables

1º – los *saberes reservados* (*saberes esotéricos, saberes iniciáticos*), en tanto escaparían a la publicidad.

2º – los *saberes aristocráticos*, en tanto pretenderían eludir las exigencias de un control social públicamente definido según normas universales que excluyen todo privilegio sectorial.

–serían gnoseológicamente no escolarizables

1º – los *saberes totales* o con pretensión de totalidad, en tanto oponiéndose a los procedimientos analíticos; sus aprendizajes se resistirían también a las programaciones organizadas y en secuencias progresivas.

2º – los *saberes personales*, en tanto estarían consustancialmente vinculados con personas, por definición insustituibles.

3º – los *saberes empíricos*, en tanto su sincretismo los conduce precisamente a la adquisición global y personal, por los medios in-

tuitivos de la familiaridad mimética, sin que se sepa nunca precisamente cuándo se aprende ni exactamente qué se aprende. ¿Sabemos siquiera que aprendemos a hablar, a escuchar, a vestirnos, a hacer bromas?” (Verret, 1975, pp.147-148).

5.4. En la transposición didáctica (de las matemáticas), los requisitos enumerados más arriba, esto es:

- la desincretización del saber;
- la despersonalización del saber;
- la programabilidad de la adquisición del saber;
- la publicidad del saber;
- el control social de los aprendizajes

se encuentran tendencialmente satisfechos a través de un proceso de “preparación” didáctica que he denominado la *puesta en texto del saber*.

5.5. En efecto, por la exigencia de explicitación discursiva, la “textualización” del saber conduce primeramente a la delimitación de *saberes “parciales”*, cada uno de los cuales se expresa en un discurso (ficticiamente) autónomo. Ese proceso produce una “desintrincación” del saber, o sea su *desincretización*. En particular, el proceso introduce una diferenciación entre lo que pertenece propiamente al campo delimitado (en este caso, las nociones matemáticas y paramatemáticas) y lo que, implícitamente (pero realmente) presente (en el sincretismo que realiza todo saber en acto), no se identifica formalmente como tal (nociones protomatemáticas). Ese proceso produce además una diferenciación entre aquello que, presente en el texto mismo, constituye el objeto de su discurso (nociones matemáticas), y aquello que, siendo necesario para la construcción del texto, no es su objetivo (nociones paramatemáticas).

5.6. La conciencia de la delimitación de saberes parciales independizados (por el proceso de transposición didáctica)

está a menudo presente en los *agentes* de la transposición didáctica (en posición de desconocimiento): por eso los autores de manuales justificarán sus “elecciones” (condicionadas por los requisitos estructurales del sistema didáctico) por medio de razones contingentes del tipo “los límites estrechos de la presente obra”, “el espíritu de esta colección”, etc.

5.7. Contrariamente, la *conciencia de la desincretización* no aparece prácticamente nunca. Por eso los “prerrequisitos” son formulados en términos de *elementos de conocimiento* situados por parte del autor como anteriores a las nociones presentadas (en una concepción progresiva legalista del proceso de aprendizaje, sobre la que volveremos más adelante). *A contrario*, se puede jugar con esta situación de falta de conciencia para producir un efecto humorístico, como en el célebre “Modo de empleo” de los *Elementos de matemática* de N. Bourbaki:

“El tratado considera las matemáticas en sus comienzos y proporciona demostraciones completas. Su lectura no supone, pues, en principio, ningún conocimiento matemático particular, sino solamente un cierto hábito de razonamiento matemático y un cierto poder de abstracción”.

Por supuesto, el “sincretismo” es traicionado una vez más: para poner en práctica el razonamiento matemático y el poder de abstracción en cuestión, se dan por supuestas situaciones y nociones matemáticas: es decir, conocimientos matemáticos “anteriores”.

5.8. Más raramente, la necesaria independización de los saberes parciales se presenta como didácticamente útil. Es así que el autor de un texto de física (Destouches, 1956), escribe

pa a esta regla, incluso si se trata de una de las teorías físicas más simples y que ha servido de modelo a todas las teorías posteriores. El espíritu humano no es apto, en efecto, para comprender de entrada toda la complejidad de un movimiento.

...

Una buena manera de abordar el estudio de una teoría física es comenzar por el examen de sus diversas teorías parciales. Ese es el método que hemos seguido; comenzamos por el cálculo vectorial, la geometría de las masas, la cinemática, la cinética. Son teorías parciales fáciles de comprender y que preparan para el estudio de la dinámica (...) (op. cit., pp.5-6)

5.9. El proceso de explicitación textual del saber (nociones matemáticas) produce correlativamente un efecto que lo hace implícito* (nociones protomatemáticas) que se basa en los prerrequisitos, en tanto no son reconocidos como tales. El efecto de *delimitación* produce además –hecho esencial desde el punto de vista de la epistemología– la *descontextualización del saber*, su desubicación de la *red de problemáticas y problemas* que le otorgan su “sentido” completo, la *ruptura del juego intersectorial* constitutiva del saber en su movimiento de creación y de realización. No insistiré aquí sobre ese tema fundamental. Para algunas observaciones generales, véase Chevallard, 1980b.

5.10. La textualización lleva a cabo, en segundo lugar, la disociación entre el pensamiento, en tanto que expresado como subjetividad, y sus producciones discursivas: el sujeto está expulsado fuera de sus producciones; el saber está entonces sometido a una transformación en el sentido de *despersonalización*. Para hacer aparecer a contrario la especifici-

punto de vista exactamente opuesto a la “reducción textualista”, el de los lógicos *intuicionistas*.

“Las construcciones (mentales) que consideramos son pensadas como existentes en la mente de un individuo matemático (idealizado). El lenguaje de las matemáticas es un intento (por fuerza casi siempre inadecuado) de describir esas construcciones mentales” (Troelstra, 1969, p.4).*

Sin duda alguna, si quieren comunicar algo, los intuicionistas, como todo el mundo, están obligados a realizar la “puesta en texto”...

5.11. La textualización del saber, y la despersonalización que ésta implica, tiende a promover una concepción “positiva” del aprendizaje que, por ejemplo, leerá *el error como “falta”, en relación con el “pleno” del texto*. En efecto, en una “teoría” espontánea del error,

“la producción del error por parte del sujeto no es un acto positivo que remita a esquemas o representaciones debidamente contruidos y, quizás, tenaces –y que las estrategias didácticas del docente deberían procurar desestabilizar y destruir. El error (...) aparece como una simple falta, una laguna del conocimiento. Por ello, el sujeto es negado y sus producciones devueltas a la nada del “presaber”. Todo lleva al saber (reducido él mismo a un texto), tanto su presencia como su ausencia. Esta concepción determina además otra consecuencia que no desarrollaremos aquí: cuando, finalmente, se percibe la existencia del sujeto y de su actividad característica en tanto que sujeto cognoscente, se disocia a menudo la actividad intelectual “normal” de la actividad “noble” que es la del “descubrimiento”: así se constituye el estudio de la heurística del sujeto como algo separado del resto de los actos de saber. Mediante esta disociación se perpetúa y se legitima retroactivamente la negación del sujeto como productor de sentido: la “heurística” es una ideología de docentes y un artefacto psicológico”. (Chevallard, 1978, pp.16-17).

5.12. La *objetivación* obtenida por la puesta en textos del saber es la fuente evidente, además, de la *publicidad* del saber que allí se representa (como opuesto al carácter “privado” de los saberes personales, adquiridos por mimetismo, o esotéricos, adquiridos por iniciación, etc.). Esta publicidad, a su vez, posibilita el *control social de los aprendizajes*, en virtud de una cierta concepción de qué significa “saber”, concepción fundada (o legitimada, al menos) por la textualización. Concepción cuya caricatura extrema es el “saber de memoria” como simple psitacismo. *A contrario*, si se suprime el texto, esta concepción perderá toda significación, por desvanecimiento del referente: el texto del saber como norma del saber y de lo que es “saber”.

5.13. Pero la puesta en texto autoriza esencialmente aquello que M. Verret designa por medio de la expresión *programabilidad de la adquisición del saber*. El texto es una norma de progresión en el conocimiento. Un texto tiene un principio y un fin (provisorio) y opera por encadenamiento de razones. Si se concibe el aprendizaje como equivalente al progreso que manifiesta la estructura propia del texto, éste permite medir a aquél y hace posible una didáctica esencialmente “isomorfa” cuyas escansiones determina. Me parece que debemos partir de ese punto para continuar el análisis: *el texto autoriza una didáctica*, cuya duración desmarca su diacronía y esta didáctica se legitima, entonces, por la ficción de una concepción del aprendizaje como “isomorfo” respecto del proceso de enseñanza cuyo modelo ordenador es el texto del saber en su dinámica temporal.

5.14. Señalemos ahora dos puntos sobre los que aparece la ficción de semejante “teoría” del aprendizaje. El texto tiene un *principio y procede secuencialmente*. Esta afirmación ya

deja de ser cierta respecto al saber del que el texto es explicación discursiva. En efecto, es infrecuente que un saber sea efectivamente *inicializable* y *secuenciable*. Tomemos justamente la intención de Bourbaki: “El tratado considera las matemáticas en sus comienzos”, afirma el “Modo de empleo”. Sin embargo, no es así en absoluto: este tratado se ocupa cuidadosamente de la *axiomática*, pero las *reglas de inferencia* se mantienen implícitas: la noción de *razonamiento* no se encuentra *construida*, sino *preconstruida* (sobre esta noción, véase el capítulo 8). Hay, por tanto, *como ocurre siempre*, algo que está *antes del “comienzo”*; algo que puede resultar pertinente para explicar lo que pasa “después” (por ejemplo, las “crisis” en la historia de las matemáticas). La misma empresa fracasa igualmente en la *secuenciación de las matemáticas*: por más “objetivo” que sea un saber, no es verdad que pueda “explicarse” de la A a la Z. *A fortiori*, es muy necesario que el proceso de aprendizaje sea *secuencial*: pero el orden de aprendizaje no es isomorfo en relación con el orden de exposición del saber; *el aprendizaje del saber no es el calco del texto del saber*. volveremos ampliamente sobre este punto más adelante.